

**Francisco Torres**

Departamento de Matemática Aplicada II. Universidad de Sevilla

#### FORMAS NORMALES EN SISTEMAS DISCONTINUOS

La realización de sucesivas transformaciones de coordenadas para simplificar la expresión de un campo vectorial es una estrategia muy útil para analizar su comportamiento cualitativo cerca de un punto de equilibrio no hiperbólico. El campo vectorial obtenido se denomina forma normal. En el caso de campos vectoriales analíticos esta técnica está muy bien establecida, de manera que mediante iterativos cambios homogéneos de variables los términos no esenciales pueden ser eliminados.

Los campos vectoriales discontinuos y smooth a trozos pueden presentar unas singularidades denominadas pseudo-equilibrios que no aparecen en los campos vectoriales smooth. Estos puntos actúan como equilibrios del campo vectorial incluso en el caso de que ninguno de los campos vectoriales involucrados se anulen en el pseudo-equilibrio. Un caso particular de pseudo-equilibrio es el fused focus, en el que los dos campos vectoriales poseen un punto de tangencia invisible.

En esta presentación, la teoría clásica de formas normales en un entorno de un punto de equilibrio para campos vectoriales analíticos se extiende al caso de fused focus en campos vectoriales discontinuos. Puesto que diferentes campos vectoriales se "pegan" a lo largo de una frontera común, los sucesivos cambios de variables deben seleccionarse dependiendo de la región donde los campos vectoriales están definidos. Adicionalmente, para garantizar la equivalencia topológica entre el campo inicial y el transformado, los puntos de la línea de discontinuidad deben ser invariantes bajo los diferentes cambios de variables. Se propone un procedimiento nuevo para obtener formas normales para campos vectoriales discontinuos y smooth a trozos en un entorno de un fused focus utilizando sucesivos cambios de variables quasi-homogéneos, ver ([1]). Una vez obtenida la forma normal, se puede calcular la aplicación de Poincaré, obteniéndose los denominados valores focales, que son los coeficientes del desarrollo en serie de la citada aplicación. Podemos obtener valores focales de orden alto con expresiones más simples que las obtenidas previamente, ver ([2]), de modo que la estabilidad y posibles bifurcaciones del fused focus puede ser fácilmente estudiadas.

Este es un trabajo conjunto con M. Esteban, E. Freire y E. Ponce, todos de la Universidad de Sevilla.

### Referencias:

- [1 ] A. Algaba, E. Freire, E. Gamero, C. Garcia, Quasi-homogeneous normal forms, *Journal of Computational and Applied Applied Mathematics*, 150 (2003), 193-216.
- [2 ] B. Coll, A. Gasull, R. Prohens, Degenerate Hopf Bifurcations in Discontinuous Planar Systems, *Journal of Mathematical Analysis and Applications*, 253 (2001), 671-690.
- [3 ] M. Esteban, E. Freire, E. Ponce, F.Torres, On normal forms and return maps for pseudofocus points, *Journal of Mathematical Analysis and Applications* 507 (2022) 125774
- [4 ] M. Esteban, E. Freire, E. Ponce, F.Torres, Piecewise smooth systems with a pseudo-focus: A normal form approach, *Applied Mathematical Modelling*, 115 (2023) 886-897